**Оценочные материалы по курсу
Математика (профильный уровень)**

1 вариант.	2 вариант.
<p>1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(5; -1; 3)$, $B(2; -2; 4)$.</p> <p>2. Даны векторы $\vec{v}\{3; 1; -2\}$ и $\vec{c}\{1; 4; -3\}$. Найдите $2\vec{v} - \vec{c}$.</p> <p>3. Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $A(1; -2; -4)$. Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.</p> <p>4. Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты: $A(-2; 0; 1)$, $B(-1; 2; 3)$, $C(8; -4; 9)$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{BM}$, если BM – медиана $\triangle ABC$.</p>	<p>1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(6; 3; -2)$, $B(2; 4; -5)$.</p> <p>2. Даны векторы $\vec{a}\{5; -1; 2\}$ и $\vec{v}\{3; 2; -4\}$. Найдите $\vec{a} - 2\vec{b}$.</p> <p>3. Изобразите систему координат $Oxyz$ и постройте точку $B(-2; -3; 4)$. Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.</p> <p>4. Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты: $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 4)$, $C(3; -2; 1)$. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AM}$, если AM – медиана $\triangle ABC$.</p>

Контрольная работа № 2 . Метод координат в пространстве

1 вариант	2 вариант
<p>1. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{v}$ и $\vec{c}$, причем: $\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{k}$, $\vec{v} = 1$, $\vec{c}\{4; 1; m\}$, $(\vec{a} \hat{=} \vec{v}) = 60^\circ$.</p> <p>Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{v}$; б) значение m, при котором $\vec{a} \perp \vec{c}$.</p> <p>2. Найдите угол между прямыми AB и CD, если $A(3; -1; 3)$, $B(3; -2; 2)$, $C(2; 2; 3)$ и $D(1; 2; 2)$.</p> <p>3. Дан правильный тетраэдр $DABC$ с ребром a. При симметрии относительно плоскости ABC точка D перешла в точку D_1. Найдите DD_1.</p>	<p>1. Даны векторы $\vec{a}$, $\vec{v}$ и $\vec{c}$, причем: $\vec{a} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = \sqrt{2}$, $\vec{c}\{2; m; 8\}$, $(\vec{a} \hat{=} \vec{v}) = 45^\circ$.</p> <p>Найти: а) $\vec{a} \cdot \vec{v}$; б) значение m, при котором $\vec{a} \perp \vec{c}$.</p> <p>2. Найдите угол между прямыми AB и CD, если $A(1; 1; 2)$, $B(0; 1; 1)$, $C(2; -2; 2)$ и $D(2; -3; 1)$.</p> <p>3. Дан правильный тетраэдр $DABC$ с ребром a. При симметрии относительно точки D плоскость ABC перешла в плоскость $A_1B_1C_1$. Найдите расстояние между этими плоскостями.</p>

Контрольная работа № 3. Цилиндр. Конус и шар

1 вариант	2 вариант
<p>1. Радиус основания цилиндра равен 5 см, а высота цилиндра равна 6 см. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее.</p> <p>2. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см.</p> <p>3. Радиус основания конуса равен 3 м, а высота 4 м. Найдите образующую и площадь осевого сечения.</p>	<p>1. Высота цилиндра 8 дм, радиус основания 5 дм. Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси цилиндра.</p> <p>2. Радиус сферы равен 15 см. Найдите длину окружности сечения, удаленного от центра сферы на 12 см.</p> <p>3. Образующая конуса l наклонена к плоскости основания под углом в 30°. Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.</p>

**Контрольная работа № 4
Объемы тел. Объем призмы, цилиндра, конуса**

1 вариант	2 вариант
<p>1. Образующая конуса равна 60 см, высота 30 см. Найдите объём конуса.</p> <p>2. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетом 6 см и острым углом 45°. Объём призмы равен 108 см^3. Найдите площадь полной поверхности призмы.</p> <p>3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}\text{ см}$. Найдите объём цилиндра.</p>	<p>1. Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найдите объём конуса.</p> <p>2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60°. Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объём призмы.</p> <p>3. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $6\sqrt{2}\text{ см}$. Найдите объём цилиндра.</p>
Контрольная работа № 5. Объем шара и площадь сферы	
1 вариант	2 вариант
<p>1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол, равный 60°. Найдите отношение объёмов конуса и шара.</p> <p>2. Объём цилиндра равен $96\pi\text{ см}^3$, площадь его осевого сечения 48 см^2. Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.</p> <p>3. В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2p$, а прилежащий угол равен 30°. Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол 45°. Найдите объём конуса.</p>	<p>1. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объёмов шара и цилиндра.</p> <p>2. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.</p> <p>3. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2p$, а прилежащий угол равен 60°. Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол 45°. Найдите объём цилиндра.</p>

Контрольные работы по алгебре:

Контрольная работа №1 (1 час)

Вариант 1

Дан многочлен $f(a;b) = 2ab^2 - 11a^3 - 3ba^2 + 5ab^2 + 7a^2b + 4a(-1)ba - (a+b)ab$.

а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.

б) Установите, является ли данный многочлен однородным.

в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

Разложите многочлен на множители:

а) $x^4 - 3x^3 + 3x - 9$; б) $6a^2 - 5ab - 6b^2$.

Решите уравнение: $x^3 - 7x + 6 = 0$.

Докажите, что выражение $a^{10} - 2a^9 + a^8$ делится на $a - 1$.

При каких значениях параметров a и b многочлен $f(x) = 4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + ax + b$ делится без остатка на многочлен $g(x) = x^2 - 4x + 1$?

Контрольная работа №1 (1 час)

Вариант 2

Дан многочлен $f(x; y) = 2x^2(-1)y - 7yx^2 + 2xy^2 + 5 - 3xy - 11y^3 + (x + y)yx - 2xyx$.

- а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
- б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
- в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

Разложите многочлен на множители:

а) $3x^3 - x^2 + 27x - 9$; б) $6m^2 - 13mn - 5n^2$.

Решите уравнение: $x^3 - 19x - 30 = 0$.

Докажите, что выражение $a^{17} + 2a^{16} + a^{15}$ делится на $a + 1$.

При каких значениях параметров a и b многочлен $f(x) = 5x^4 + 20x^3 + 11x^2 + ax + b$ делится без остатка на многочлен $g(x) = 5x^2 + 10x + 6$?

Контрольная работа №1 (2 часа)

Вариант 3

Найдите остаток от деления многочлена $f(x) = 13x^3 + 67x^2 - 3x + 4$

на многочлен $p(x) = x^2 + 5x + 1$.

Дан многочлен

$$f(x; y) = yx^5y^2x^2 + x^3y^4xy^2 - 2x^4y(-1)y^5 - y^3y^3x^4 + 15x^4yx^3y^2 + x^2y^2(x^5y - x^2y^4).$$

- а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
- б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
- в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

Разложите многочлен на множители:

а) $4y^2(y - 3) + (3 - y)y^2$; б) $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$.

Решите уравнение:

а) $y^3 - 2y^2 - 3y + 10 = 0$; б) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 3$.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2y^2 - xy = 3, \\ y^2 + 4yx - 3x^2 = 6. \end{cases}$

При каких значениях параметра a многочлен

$$f(x) = (x^2 + (2a + 1)x + 2a)(x^2 - (a + 2)x + 2a)(x - 1)$$

имеет кратные корни?
Найдите эти корни.

Контрольная работа №1 (2 часа)

Вариант 4

Найдите остаток от деления многочлена $f(x) = x^3 - 11x^2 + x + 7$

на многочлен $p(x) = 2x^2 + 3$.

Дан многочлен $f(a; b) = a^2b(a^3b - b^2a^2) + 4a^3(-1)b^2a^2 - 2aba^4b + 7ab^0a^4b^2 - 3a^3bab^2$.

- а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.
- б) Установите, является ли данный многочлен однородным.
- в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

Разложите многочлен на множители:

а) $5y^2(y - 4) + (4 - y)^2$; б) $125a^3 + 150a^2b + 90ab^2 + 27b^3$.

Решите уравнение:

а) $y^3 + 4y^2 + 6y + 4 = 0$; б) $x(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 15$.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3y^2 - 2xy = 10, \\ y^2 - 3yx - 2x^2 = 5. \end{cases}$

При каких значениях параметра a многочлен

$$f(x) = (x^2 - (3a - 4)x - 12a)(x^2 - (a - 3)x - 3a)(x - 4)$$

имеет кратные корни?

Найдите эти корни.

Контрольная работа №1 (2 часа)

Вариант 5

Найдите остаток от деления многочлена $f(x) = x^3 + x$

на многочлен $p(x) = x^2 + x + 1$.

Дан многочлен $f(x; y) = 7xy^2 + xy^2(-3)x^3 - 11xy + 17 - 7x^2 + 2y^2 - 2x^2y^2x^2 - (2x + y)(x - y)$.

а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.

б) Установите, является ли данный многочлен однородным.

в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

Разложите многочлен на множители:

а) $y^3 - 6 + 11y - 6y^2$; б) $x^4 - (a^2 + 1)x^2 + a^2$.

Решите уравнение:

а) $y^3 - 7y^2 + 4y + 12 = 0$; б) $2x^3 - x^2 + 5x + 3 = 0$.

Решите уравнение: $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$;

Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 1, \\ y^4 + x^4 = 17. \end{cases}$

При каких значениях параметра a многочлен

$f(x) = (x^2 - (2a - 3)x - 6a)(x^2 - (3a + 2)x + 6a)(x - 3)$ имеет кратные корни?

Найдите эти корни.

Контрольная работа №1 (2 часа)

Вариант 6

Найдите остаток от деления многочлена $f(x) = x^3 - 2x^4 - 5$

на многочлен $p(x) = x^3 - 9x$.

Дан многочлен $f(x; y) = 2xy^3xy^2 - x^3 - 11 + 4y^3 + 5x^3 - y^2x^2y^2 + xy - (3x^2 + y)(y^2 - x)$.

а) Приведите данный многочлен к стандартному виду.

б) Установите, является ли данный многочлен однородным.

в) Если многочлен является однородным, то определите его степень.

Разложите многочлен на множители:

а) $y^3 + 6 + y - 4y^2$; б) $(y^2 + 1)b^2 - b^4 - y^2$.

Решите уравнение:

а) $y^3 + y^2 - 16y + 20 = 0$; б) $3x^3 + 2x^2 + 5x - 2 = 0$.

Решите уравнение: $4x^4 + 12x^3 - 47x^2 + 12x + 4 = 0$;

Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = -1, \\ y^4 + x^4 = 31. \end{cases}$

При каких значениях параметра a многочлен

$f(x) = (x^2 - (3a - 5)x - 15a)(x^2 - (2a + 1)x + 2a)(x - 5)$ имеет кратные корни?

Найдите эти корни.

Контрольная работа №2 (2 часа)

Вариант 1

Вычислите: а) $\sqrt[4]{0,0625} - \sqrt[5]{-243}$; б) $\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^5} \cdot \sqrt[4]{2^5 \cdot 3^7}$.

Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{2x + 1} = 3$; б) $\sqrt[3]{x^2 - x - 131} = -5$.

Постройте график функции: $y = -\sqrt[3]{x-1} + 3$.

Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 6} + \frac{\sqrt[5]{x+3}}{\sqrt{-x+2}}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2} - 4\sqrt[3]{ab} + 4\sqrt[3]{b^2}}$.

Расположите в порядке убывания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{6}$.

Упростите выражение $\sqrt[3]{343x^3} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{64x^2}$, найдите его значение при $x = -\frac{1}{2}$.

Решите неравенство $\sqrt[6]{x-1} < -x + 3$.

Решите уравнение: $\sqrt[3]{81x} + \sqrt[3]{243x^2} = 6$.

Контрольная работа №2 (2 часа)

Вариант 2

Вычислите: а) $\sqrt[3]{-0,343} + \sqrt[6]{729}$; б) $\sqrt[5]{2^7 \cdot 11^3} \cdot \sqrt[5]{2^8 \cdot 11^7}$.

Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{4-3x} = 4$; б) $\sqrt[5]{x^2 - x - 44} = -2$.

Постройте график функции: $y = -\sqrt[4]{x+3} - 5$.

Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{x^2 - x - 2} - \frac{\sqrt[3]{x-7}}{\sqrt[4]{-x-1}}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt[5]{a^2} + 3\sqrt[5]{ab}}{\sqrt[5]{a^2} + 6\sqrt[5]{ab} + 9\sqrt[5]{b^2}}$.

Расположите в порядке убывания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$.

Упростите выражение $\sqrt[4]{625x^4} - \sqrt[45]{32x^5} - \sqrt{36x^2}$, найдите его значение при $x = -\frac{1}{4}$.

Решите неравенство $\sqrt[5]{x+3} > -x - 1$.

Решите уравнение: $\sqrt[5]{128x^2} = 24 + \sqrt[5]{64x}$.

Контрольная работа №2 (2 часа)

Вариант 3

Вычислите: а) $\sqrt[4]{1296} - \sqrt[3]{-0,064}$; б) $\sqrt[3]{7^2 \cdot 5^4} \cdot \sqrt[3]{7^4 \cdot 5^5}$.

Решите уравнение: а) $\sqrt[5]{-2x-5} = -2$; б) $\sqrt[6]{x^2 - 2x + 61} = 2$.

Постройте график функции: $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x+1} - 2$.

Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{3-x} + \frac{\sin x}{\sqrt[4]{5x-1}} - \sqrt{5x^2 - 16x + 3}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt{ab} \cdot \sqrt[4]{b}}{(a-b) \cdot \sqrt[4]{\frac{a^2}{b}}} - \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$.

Расположите в порядке убывания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{5}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt{(\sqrt{x}+4)^2 - 16\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}}}$, найдите его значение при $x = \frac{16}{81}$.

Решите неравенство $\sqrt[6]{x-1} < \frac{2}{x}$.

Решите уравнение: $\sqrt[5]{128y^2} + \sqrt[5]{64y} = 24$.

Контрольная работа №2 (2 часа)

Вариант 4

Вычислите: а) $\sqrt[5]{-0,00032} - \sqrt[4]{10000}$; б) $\sqrt[6]{4^5 \cdot 5^{17}} \cdot \sqrt[6]{4^7 \cdot 5}$.

Решите уравнение: а) $\sqrt[3]{3x-6} = -0,3$; б) $\sqrt[4]{x^2+2x+78} = 3$.

Постройте график функции: $y = 2 \cdot \sqrt[4]{x-2} + 1$.

Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{2x-1} - \frac{\cos x}{\sqrt[6]{4-x}} + \sqrt{2x^2-9x+4}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt[6]{a}}{(a+b) \cdot \sqrt[6]{\frac{b^2}{a}}} - \frac{a^2+b^2}{b^2-a^2}$.

Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\sqrt[3]{3}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[6]{6}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt[5]{x} \sqrt{(\sqrt[3]{x}-1)^2 + 8\sqrt[3]{x}}}{\frac{\sqrt[3]{-x}}{2} - 1}$, найдите его значение при $x = -32$.

Решите неравенство $\sqrt[4]{x+1} > \frac{30}{x}$.

Решите уравнение: $\sqrt[3]{243y^2} = 18 + \sqrt[3]{81y}$.

Контрольная работа №2 (2 часа)

Вариант 5

Вычислите: а) $\sqrt[5]{-7\frac{19}{32}} + \sqrt[4]{0,0001}$; б) $\frac{\sqrt[7]{2^{20} \cdot 5^{10}}}{\sqrt[7]{2^6 \cdot 5^3}}$.

Решите уравнение: а) $\sqrt[6]{3x^2-2x} = 1$; б) $\sqrt[5]{\frac{x+33}{\frac{1}{4}x+1}} = 2$.

Постройте график функции: $y = 2 \cdot \sqrt[5]{-x-1} + 1$.

Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{x^2+x-2} + \frac{x-3}{\sqrt[4]{(x-1)^4}} - \sqrt[8]{3x+7}$.

Упростите выражение $\frac{(\sqrt[6]{a^2+7-2a\sqrt{7}} + \sqrt[3]{a-\sqrt{7}})\sqrt[3]{a+\sqrt{7}}}{\sqrt[3]{56-8a^2}}$.

Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[7]{7}, \sqrt[6]{6}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt[6]{a}}{2} + \frac{\sqrt[3]{b}}{2\sqrt[6]{a}} + \sqrt{\frac{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})^2}{4\sqrt[3]{a}}} + \sqrt[3]{b}$, найдите его значение при $a=1, b=-8$.

Решите неравенство $\sqrt[6]{-x+63} > -\frac{2}{x}$.

Решите уравнение: $\sqrt[7]{256x} + 4 = \sqrt[7]{512x^2}$.

Контрольная работа №2 (2 часа)

Вариант 6

Вычислите: а) $\sqrt[4]{0,0081} - \sqrt[3]{-1\frac{61}{64}}$; б) $\frac{\sqrt[6]{3^{16} \cdot 7^{10}}}{\sqrt[6]{3^4 \cdot 7^4}}$.

Решите уравнение: а) $\sqrt[4]{-x^2 - 10x} = 2$; б) $\sqrt[7]{\frac{-x+5}{2x-7}} = -1$.

Постройте график функции: $y = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[6]{-x+1} - 2$.

Найдите область определения функции $y = \sqrt[8]{x^2 - x - 6} - \frac{x+5}{\sqrt[4]{(x+2)^4}} + \sqrt[6]{-3x+10}$.

Упростите выражение $\frac{(\sqrt[8]{a^2 + 5 + 2a\sqrt{5}} + \sqrt[4]{a + \sqrt{5}})^4 \sqrt[4]{a - \sqrt{5}}}{\sqrt[4]{16a^2 - 80}}$.

Расположите в порядке убывания следующие числа: $\sqrt{2}, \sqrt[7]{7}, \sqrt[3]{3}$.

Упростите выражение $\frac{\sqrt[4]{b}}{2} + \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt[4]{b}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}{4\sqrt{b}}} - \sqrt{a}$, найдите его значение при $a = 4, b = 16$.

Решите неравенство $\sqrt[4]{-x+4} > -\frac{24}{x}$.

Решите уравнение: $\sqrt[5]{2187x^2} + \sqrt[5]{729x} = 6$.

Контрольная работа №3 (1 час)

Вариант 1

Вычислите: а) $27^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; б) $\left(3^{\frac{1}{3}} - 1\right) \left(3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{1}{3}} + 1\right)$.

Упростите выражение: $(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})^2 - (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})^2$.

Решите уравнение: $x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} - 2 = 0$.

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{4}{3}x^{\frac{3}{4}} - x^{-2}$ в точке $x=1$.

Решите неравенство $x^{-\frac{3}{4}} - 1 \leq (x-1)^{\frac{4}{3}}$.

Решите уравнение $z^3 + 8 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Контрольная работа №3 (1 час)

Вариант 2

Вычислите: а) $81^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; б) $\left(2^{\frac{1}{3}} + 1\right) \left(2^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} + 1\right)$.

Упростите выражение: $(a^{\frac{5}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}})^2 - (a^{\frac{5}{2}} - 2a^{\frac{1}{2}})^2$.

Решите уравнение: $x^{-\frac{4}{3}} - x^{-\frac{2}{3}} - 8 = 0$.

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{7}{4}x^{\frac{4}{7}} + x^{-3}$ в точке $x=1$.

Решите неравенство $(x+1)^{\frac{7}{9}} - 1 \geq x^{\frac{9}{7}} + 1$.

Решите уравнение $z^3 - 27 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Контрольная работа №3 (2 часа)

Вариант 3

Вычислите: а) $125^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}$; б) $\left(2 - 3^{\frac{2}{3}}\right)\left(4 + 2 \cdot 3^{\frac{2}{3}} + 3^{\frac{4}{3}}\right)$.

Упростите выражение: а) $(a^{\frac{1}{4}} + 2)(a^{\frac{1}{4}} - 2)(a^{\frac{1}{2}} + 4)$; б) $\left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a-b}\right) \cdot (b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}})$.

Решите уравнение: $5x^{\frac{2}{3}} + 4x^{\frac{1}{3}} - 1 = 0$.

Составьте уравнение той касательной к графику функции $y = 2x^{-\frac{1}{2}} - x^{-2} - \frac{2}{5}$, которая параллельна биссектрисе первой координатной четверти.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -\frac{16}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}x^3$ на отрезке $[1;9]$.

Решите неравенство $(-x)^{\frac{3}{2}} - 1 \geq (x+1)^{\frac{2}{3}}$.

Решите уравнение $z^4 + 4 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Решите уравнение $3x^5 + 2x^3 + 10x - 130 = (18 - 5x)^{\frac{1}{3}}$.

Контрольная работа №3 (2 часа)

Вариант 4

Вычислите: а) $121^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$; б) $\left(2 + 5^{\frac{2}{3}}\right)\left(4 - 2 \cdot 5^{\frac{2}{3}} + 5^{\frac{4}{3}}\right)$.

Упростите выражение: а) $(a^{\frac{1}{6}} + 1)(a^{\frac{1}{6}} - 1)(a^{\frac{1}{3}} + 1)$; б) $\left(\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a-b}\right) \cdot (b^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{1}{2}})$.

Решите уравнение: $4x^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}} - 1 = 0$.

Составьте уравнение той касательной к графику функции $y = -2x^{-\frac{1}{2}} + x^{-2} + \frac{3}{7}$, которая параллельна биссектрисе второй координатной четверти.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{63}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{3}x^3$ на отрезке $[1;16]$.

Решите неравенство $(-x+1)^{\frac{5}{4}} < x^{\frac{4}{5}} + 1$.

Решите уравнение $z^4 - 81 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Решите уравнение $64 - x^5 - 2x^3 - 7x = (6 + 5x)^{\frac{1}{4}}$.

Контрольная работа №3 (2 часа)

Вариант 5

Вычислите: а) $343^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{4}}$; б) $\left(3 - 5^{\frac{4}{3}}\right)\left(9 + 3 \cdot 5^{\frac{4}{3}} + 5^{\frac{8}{3}}\right)$.

Упростите выражение:

а) $\left(\frac{ab^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{ba^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot a^{-\frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{2}}$; б) $\left(\left(\frac{1}{a^{-\frac{1}{4}}} - \frac{1}{b^{-\frac{1}{4}}}\right)^2 + \frac{1}{(b^{\frac{1}{4}} + a^{\frac{1}{4}})^2}\right) : \frac{a^{-\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}}{a - b}$.

Решите уравнение: $3x^{-\frac{2}{5}} + 2x^{-\frac{1}{5}} - 1 = 0$.

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = (2 \cos x)^{\frac{2}{3}}$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{256}{5}x^{\frac{5}{4}} - 4x^2$ на отрезке $[1; 81]$.

Решите неравенство $(-x)^{\frac{3}{5}} - 1 < (x+1)^{\frac{5}{3}}$.

Решите уравнение $z^3 - 6z - 9 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Решите уравнение $3x^7 + x^4 + 8x - 10 = (35 - 3x)^{\frac{1}{5}}$.

Контрольная работа №3 (2 часа)

Вариант 6

Вычислите: а) $343^{\frac{1}{5}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$; б) $\left(2 + 3^{\frac{4}{3}}\right)\left(4 - 2 \cdot 3^{\frac{4}{3}} + 3^{\frac{8}{3}}\right)$.

Упростите выражение:

а) $\left((ab)^{\frac{1}{2}} - \frac{ba}{a + (ab)^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \frac{a - b}{(ab)^{\frac{1}{2}}}$; б) $\left(\left(\frac{ab^{\frac{1}{3}}}{ba^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{a^{-1}b^{-\frac{3}{8}}}{a^{-\frac{1}{2}}}\right)^2\right) : \left(\frac{1}{a^{-\frac{1}{4}}} + \frac{1}{b^{-\frac{1}{4}}}\right)$.

Решите уравнение: $2x^{-\frac{2}{7}} + x^{-\frac{1}{7}} - 1 = 0$.

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = (2 \sin x)^{-\frac{2}{3}}$ в точке $x = \frac{\pi}{6}$.

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -\frac{108}{5}x^{\frac{5}{4}} + \frac{1}{2}x^2$ на отрезке $[16; 81]$.

Решите неравенство $(-x+1)^{\frac{3}{7}} > x^{\frac{7}{3}} - 1$.

Решите уравнение $z^3 + 2z^2 + 2z + 1 = 0$ на множестве комплексных чисел.

Решите уравнение $19 - 4x^7 - 3x^4 - 10x = (60 + 4x)^{\frac{1}{6}}$.

Контрольная работа №4 (2 часа)

Вариант 1

Постройте график функции: а) $y = 0,5^x + 1$; б) $y = \log_3(x + 3)$.

Решите уравнение: а) $\left(\frac{1}{49}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{7}}$; б) $4^x + 7 \cdot 2^{x-1} = 4,5$.

Решите неравенство: $3^{\frac{1}{5x-2}} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5-3x}}$.

Вычислите: $\log_2 \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 2^{-0,5}}{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 2^{\frac{1}{5}}}$.

Сравните числа a и b , если: а) $a = \log_{\frac{1}{5}} \frac{7}{5}$; $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{7}}$; б) $a = \log_2 500$; $b = \sqrt[4]{10000}$.

Решите неравенство: $\frac{5^x + 1}{0,2 - 5^x} \geq 2 \log_2 \sqrt{2}$.

Решите неравенство: $7^{|x|} \leq 1 - x^2$.

Контрольная работа №4 (2 часа)

Вариант 2

Постройте график функции: а) $y = 3^{x-1}$; б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 3$.

Решите уравнение: а) $\left(\frac{1}{36}\right)^{-x} = \sqrt{\frac{1}{6}}$; б) $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^x = 5$.

Решите неравенство: $7^{\frac{1}{4-3x}} \leq \left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{1}{3-4x}}$.

Вычислите: $\log_3 \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{-0,5}}{\left(\frac{1}{81}\right)^{-0,2} \cdot 3^5}$.

Сравните числа a и b , если: а) $a = \log_{\frac{1}{7}} \frac{127}{7}$; $b = 0,5^{\frac{1}{5}}$; б) $a = \log_3 2000$; $b = \sqrt[3]{500}$.

Решите неравенство: $\frac{3 - 7^x}{1 - 7^{x+1}} \geq 2 \log_7 \sqrt{7}$.

Решите неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} \leq 1 + x^2$.

Контрольная работа №4 (2 часа)

Вариант 3

Постройте график функции: а) $y = 2^x - 2$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$.

Решите уравнение: а) $9^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} = \sqrt{27^x} \cdot \sqrt[3]{81^{x+3}}$; б) $2^{1-x} - 2^{3+x} - 15 = 0$.

Решите неравенство: $2^{\frac{3}{1-x}} \leq 0,5^{\frac{1}{3x+1}}$.

Вычислите: $\log_5 \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{\sqrt{5}}} \cdot 125^{\sqrt{2}}}{\left(\frac{1}{125}\right)^{-\sqrt{2}} \cdot 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}}$.

Сравните числа a и b , если: а) $a = \log_{\frac{3}{7}} \frac{137}{7}$; $b = 0,2^{\frac{1}{2}}$; б) $a = \log_6 2000$; $b = \sqrt[5]{1000}$.

Решите неравенство: $\frac{4^x - 2^{x+1} - 6}{2^x - 2} \leq 5 \log_3 \sqrt[5]{3}$.

Решите неравенство: $2^{|x|} \leq \cos 2x$.

Контрольная работа №4 (2 часа)
Вариант 4

Постройте график функции: а) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3}$; б) $y = \log_5 x - 5$.

Решите уравнение: а) $4^x \cdot 0,5^{1-3x} = \sqrt{8^x} \cdot \sqrt[4]{32^{x-2}}$; б) $3^{2x+1} - 3^{1-2x} + 8 = 0$.

Решите неравенство: $25^{\frac{1}{3x-4}} \geq 0,2^{\frac{1}{2-x}}$.

Вычислите: $\log_7 \frac{\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{\left(\frac{1}{7}\right)^{-\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{2}}}$.

Сравните числа a и b , если: а) $a = \log_{\frac{2}{3}} \frac{13}{3}$; $b = 0,3^{\frac{1}{3}}$; б) $a = \log_3 1000$; $b = \sqrt[4]{1000}$.

Решите неравенство: $\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 9}{9 - 3^{x+2}} \geq 3 \log_5 \sqrt[3]{5}$.

Решите неравенство: $3^{|x|} + 1 \leq 2 \cos x$.

Контрольная работа №4 (2 часа)
Вариант 3

Постройте график функции: а) $y = 2^x - 2$; б) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$.

Решите уравнение: а) $9^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} = \sqrt{27^x} \cdot \sqrt[3]{81^{x+3}}$; б) $2^{1-x} - 2^{3+x} - 15 = 0$.

Решите неравенство: $2^{\frac{3}{1-x}} \leq 0,5^{\frac{1}{3x+1}}$.

Вычислите: $\log_5 \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot 125^{\sqrt{2}}}{\left(\frac{1}{125}\right)^{-\sqrt{2}} \cdot 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}}$.

Сравните числа a и b , если: а) $a = \log_{\frac{137}{7}} \frac{137}{7}; b = 0,2^{\frac{1}{2}}$; б) $a = \log_6 2000; b = \sqrt[5]{1000}$.

Решите неравенство: $\frac{4^x - 2^{x+1} - 6}{2^x - 2} \leq 5 \log_3 \sqrt[5]{3}$.

Решите неравенство: $2^{|x|} \leq \cos 2x$.

Контрольная работа №4 (2 часа)

Вариант 5

Постройте график функции: $y = \begin{cases} 0,5^{x-1}, & x < 1, \\ \log_2(x+1), & x \geq 1. \end{cases}$

Решите уравнение: а) $27^{\frac{\sqrt{7-x}}{3}} = 4 \sqrt[4]{\left(\frac{1}{81}\right)^{1-x}}$; б) $5^x(5^{2x+1} + 4) = 1$.

Решите неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{|x+2|}{3-x}} \cdot 3 \leq \sqrt{27}$.

Вычислите: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{\left(\frac{1}{27}\right)^{-\sqrt{3}} \cdot 9^{\sqrt{3}}}{3^{-1} \cdot 81^{\frac{1}{4}}}$.

Расположите в порядке возрастания числа $b = \log_{0,3} \frac{100}{3}; a = 0,3^{\frac{1}{3}}; c = 0,5^{-\frac{1}{5}}$.

Решите неравенство: $\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|} - 1 \geq \frac{1}{3} |\sin 3x|$.

Решите неравенство: $2 \cdot 27^x - 5 \cdot 18^x + 5 \cdot 12^x - 3 \cdot 8^x = 0$.

Контрольная работа №4 (2 часа)

Вариант 6

Постройте график функции: $y = \begin{cases} 3^x - 1, & x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{3}}(x+1), & x > 0. \end{cases}$

Решите уравнение: а) $4 \cdot \sqrt[4]{0,0625^{-x}} = 32^{\frac{\sqrt{4-x}}{5}}$; б) $3^{2x}(3^{2x+1} + 2) = 1$.

Решите неравенство: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{|2x-1|}{x-3}} \cdot \sqrt{8} \geq \sqrt{2}$.

Вычислите: $\log_{\frac{1}{5}} \frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{\sqrt{5}} \cdot 125^{-\sqrt{5}}}{5 \cdot 625^{-\frac{1}{4}}}$.

Расположите в порядке возрастания числа $b = \log_{0,7} \frac{100}{7}$; $a = 0,2^{-\frac{1}{2}}$; $c = 0,3^{0,7}$.

Решите неравенство: $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x|} - 1 \leq 3 \left| \cos \frac{x}{2} \right|$.

Решите неравенство: $3 \cdot 8^x + 18^x + 12^x - 2 \cdot 27^x = 0$.

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 1

Вычислите $36^{\log_6 5 + \log_9 81}$.

Решите уравнение: а) $\lg x - \lg 12 = \log_{0,1}(x+1) - \log_{100} 4$;

б) $\log_3^2(x-1) - 2 \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x-1} = 2^{\log_2 7}$;

в) $x^{\ln x} = e^2 x$.

Решите неравенство: а) $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > -3 \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$; б) $\left(1 \frac{11}{25}\right)^{\log_9 x} > \left(\frac{5}{6}\right)^{\log_{\frac{1}{9}}(6-5x)}$.

Исследуйте функцию $y = e^{2x}(3x+2)$ на монотонность и экстремумы.

К графику функции $y = \ln(2x+4)$ проведена касательная, параллельная прямой $y = 0,5x - 3$. Найдите точку пересечения этой касательной с осью x .

Решите неравенство: $\log_{5+x}(1-2x) \geq \log_{5+x} 3 + \log_{5+x} x^2$.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_3^3 y^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3x} = 127, \\ \log_3^2 y^2 - 2 \left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \cdot \log_3 y = 127 - 25^x. \end{cases}$$

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 2

Вычислите $8^{\log_2 5 - \log_{27} 3}$.

Решите уравнение: а) $\log_7 x + \log_{49} 36 = \log_{\frac{1}{7}}(2x+6) + \log_7 48$;

б) $\log_2^2(4-x) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{8}{4-x} = 2^{\log_4 9}$;

в) $x^{\log_3 x} = \frac{1}{9} x^3$.

Решите неравенство: а) $\log_{\frac{1}{2}}(x-5) > -4 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$; б) $\left(5 \frac{4}{9}\right)^{\log_5 x} > \left(\frac{3}{7}\right)^{\log_{\frac{1}{5}}(5x-6)}$.

Исследуйте функцию $y = e^{4x}(2-3x)$ на монотонность и экстремумы.

К графику функции $y = \ln(x-1)$ проведена касательная, параллельная биссектрисе первой координатной четверти. Найдите площадь треугольника, образованного этой касательной и осями координат.

Решите неравенство: $\log_{3+x} 3 + \log_{3+x} x^2 \leq \log_{3+x}(x+4)$.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_4^3 y^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x} = -9, \\ \log_4^2 y + \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \cdot \log_4 y^3 = 27 - 9^{x+1}. \end{cases}$$

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 3

Найдите $\log_9 20$, если $\lg 2 = a, \lg 3 = b$.

Решите уравнение: а) $\log_{\frac{1}{3}}(3x-2) + \log_3 0,25 = \log_3 x - \log_{27} 64$;

б) $\log_{0,5}^2(x-5) + \log_2 \frac{4}{x-5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\log_{\frac{3}{5}} \frac{1}{4} + \log_{\frac{3}{5}} 8}$;

в) $x^{\frac{\lg x + 11}{6}} = 10^{\lg x + 1}$.

Решите неравенство: а) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\log_3(x-1)} < \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}}(5+x)}$; б) $\log_{4-x}(2x+1) \leq \log_{4-x} 8 + \log_{4-x} x^2$.

Исследуйте функцию $y = e^{3x-7}(x^2 + x - 1)$ на монотонность и экстремумы.

Из точки $A(0;1)$ проведите касательную к графику функции $y = -\ln(2e^2 x)$.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_2^3\left(\frac{1}{y}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x} = 296, \\ \left(\frac{3}{2}\log_2 y^2\right)^2 - 3\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \cdot \log_2 y = 148 - 3^{2x}. \end{cases}$$

Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq x^2 - 2x - 9$.

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 4

Найдите $\log_{15} 75$, если $\log_2 5 = a, \log_2 3 = b$.

Решите уравнение: а) $\log_2(4x-3) + \log_{\frac{1}{8}} 125 = \log_{0,5} x + \log_4 0,04$;

б) $\log_2^2(3x+1) - 3\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{3x+1} = \left(\frac{2}{7}\right)^{\log_{\frac{2}{7}} 1,5 + \log_{\frac{2}{7}} 4}$;

в) $x^{\frac{\ln x + 9}{5}} = e^{\ln x + 1}$.

Решите неравенство: а) $\left(1\frac{9}{16}\right)^{\log_7(x+1)} > \left(\frac{4}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{7}}(3+x)}$; б) $\log_{x-2} 2 + \log_{x-2} x^2 \leq \log_{x-2}(13x-20)$.

Исследуйте функцию $y = e^{2x+1}\left(\frac{1}{2} - 4x^2 - x\right)$ на монотонность и экстремумы.

Из точки $A(0;-1)$ проведите касательную к графику функции $y = \ln\left(\frac{1}{3}e^3 x\right)$.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_7^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x} = -91, \\ \log_7^2 y^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \log_7 y = 13 - 2^{2x}. \end{cases}$$

Решите неравенство: $4x - x^2 + 7 \geq \log_2(x-1)$.

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 5

Найдите $\log_{25} 162$, если $\log_5 2 = a, \log_3 5 = b$.

Решите уравнение: а) $\log_5(x^2 - 7) + \log_{0,04} 324 = \log_{0,2} x + \log_{625} 81$;

б) $\log_2^2(x-1) + \log_{\frac{1}{2}} \frac{8^{\frac{1}{3}}}{x-1} = \left(\frac{3}{11}\right)^{\log_{\frac{3}{11}} 1,5 + \log_{\frac{3}{11}} 2}$;

в) $6^{\lg x} = 72 - x^{\lg 6}$.

Решите неравенство: а) $6,25^{\log_x(2-x)} < \left(\frac{2}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{x}}(12-6x)}$; б) $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 5 \lg^5 \sqrt{10}$.

Исследуйте функцию $y = e^{2x^2+1}(x^2 - \frac{3}{2})$ на монотонность и экстремумы.

Решите неравенство: $\frac{10}{x+1} + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_{\frac{1}{4}} x \geq 0$.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_3^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x} = 61, \\ \left(2\log_5 y^2\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \log_5 y = 61 - 2^{2x}. \end{cases}$$

При каком значении параметра a графики функций $y = a\sqrt{x}$ и $y = e^x$ имеют общую касательную?

Контрольная работа № 5 (2 часа)

Вариант 6

Найдите $\log_{81} 168$, если $\log_3 2 = a, \log_2 7 = b$.

Решите уравнение: а) $\log_3(x^2 - 3) + \log_{\frac{1}{9}} 196 = \log_{\frac{1}{3}} x - \log_{27} 343$;

б) $\log_5^2(5-x) + 2\log_{\frac{1}{5}} \frac{5^{\frac{1}{2}}}{5-x} = \left(\frac{3}{17}\right)^{\log_{\frac{3}{17}} 0,5 + \log_{\frac{3}{17}} 4}$;

в) $7^{\ln x} = 98 - x^{\ln 7}$.

Решите неравенство: а) $2,56^{\log_{x-1} x} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\log_{x-1} (6-x)}$; б) $\log_x(x^2 + 3x - 3) > 3 \ln^3 \sqrt{e}$.

Исследуйте функцию $y = e^{6x^2+5}\left(\frac{7}{6} - x^2\right)$ на монотонность и экстремумы.

Решите неравенство: $\log_2(x-3) + \log_5 x - \frac{14}{x+2} \leq 0$.

Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_6^3\left(\frac{1}{y}\right)^{-4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-6x} = -189, \\ \left(2\log_6 y^2\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x} \cdot \log_6\left(\frac{1}{y}\right)^{-2} = 21 - 4^{2x}. \end{cases}$$

При каком значении параметра a графики функций $y = ax^2$ и $y = \ln x$ имеют общую касательную?

Контрольная работа №6 (1 час)

Вариант 1

Докажите, что функция $y = \frac{1}{5}x^5 - \cos 2x$ является первообразной для функции

$$y = x^4 + 2\sin 2x.$$

Для функции $y = \frac{2}{\sqrt{4x+13}} - \frac{3}{x^2}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную $A(-3; -2)$.

Вычислите определённый интеграл: а) $\int_2^{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sin x \right) dx$; б) $\int_1^2 \frac{4x^3 - 5x^2 + 2x + 1}{x^2} dx$.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 + x^2$, $y - 2 = 0$.

Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (25x - x^3)\sqrt{x-3}$.

Исследуйте функцию $y = F(x)$ на монотонность и экстремумы.

При каких значениях параметра a выполняется неравенство $\int_1^a (4x - a) dx \leq 5a - 6$?

Контрольная работа №6 (1 час)

Вариант 2

Докажите, что функция $y = \frac{1}{7}x^7 + \sin 3x$ является первообразной для функции

$$y = x^6 + 3\sin 3x.$$

Для функции $y = \frac{3}{\sqrt{6x-5}} + \frac{7}{x^2}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную $A(1; -5)$.

Вычислите определённый интеграл: а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{1}{\sqrt{x}} + \cos x \right) dx$; б) $\int_1^2 \frac{2x^3 + 7x^2 - 3x - 5}{x^2} dx$.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -2 - x^2$, $y + 3 = 0$.

Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (4x - x^3)\sqrt{-x+1}$.

Исследуйте функцию $y = F(x)$ на монотонность и экстремумы.

При каких значениях параметра b выполняется неравенство $\int_1^b (b - 4x) dx \geq 11 - 7b$?

Контрольная работа №6 (1 час)

Вариант 3

Докажите, что функция $y = x^3 + \frac{1}{3} \sin^3 x - 5$ является первообразной для функции $y = 3x^2 + \sin^2 x \cos x$.

Для функции $y = \frac{12}{2x+3} - \frac{5}{x^2}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А (-1;2).

Вычислите определённый интеграл: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 3x dx$; б) $\int_1^3 \frac{4x^3 - x^2 - 2x - 3}{x^2} dx$.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2x - x^2$.

Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (x^3 - 81x)\sqrt{x-5}$.

Сравните $F(7)$ и $F(8)$.

При каких положительных значениях параметра a выполняется неравенство

$$\int_1^a (3x^2 - 4x + 2) dx \leq a ?$$

Контрольная работа №6 (1 час)

Вариант 4

Докажите, что функция $y = x^4 - \frac{1}{5} \cos^5 x + 2$ является первообразной для функции

$$y = 4x^3 + \sin x \cos^4 x.$$

Для функции $y = \frac{15}{5x-9} + \frac{2}{x^2}$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную А (2;-7).

Вычислите определённый интеграл: а) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 3x dx$; б) $\int_2^3 \frac{-2x^3 + x^2 - x + 6}{x^2} dx$.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x+1)^2$, $y = 1 - x^2$.

Известно, что функция $y = F(x)$ – первообразная для функции $y = (-x^3 + 49x)\sqrt{x-6}$.

Сравните $F(9)$ и $F(8)$.

При каких положительных значениях параметра a выполняется неравенство

$$\int_1^a (-3x^2 + 8x - 3) dx \geq a ?$$

Контрольная работа №6 (2 часа)

Вариант 5

Докажите, что функция $y = \sqrt{x^2 - 2} + \frac{5}{x}$ является первообразной для функции

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}} - \frac{5}{x^2}.$$

Для функции $y = \frac{2}{\cos^2 2x} + \sin 3x$ найдите ту первообразную, график которой проходит

через заданную А $(\frac{\pi}{2}; 2)$.

Найдите неопределённый интеграл: а) $\int 3^x \left(1 + \frac{3^{-x}}{x^5}\right) dx$; б) $\int \frac{5x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x}} dx$.

Вычислите определённый интеграл: а) $\int_1^{\frac{3}{8}} \frac{dx}{\sqrt{3-2x}}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = |x^2 - 1|$, $y = 11 - |x|$.

При каких отрицательных значениях параметра a выполняется неравенство

$$\int_a^0 (2 \cdot 3^{-x} - 3^{-2x}) dx \leq 0?$$

Дана криволинейная трапеция, ограниченная линиями $y = \sqrt{x} - 1$, $y - 2 = 0$, $x = 0$. Какую часть площади трапеции составляет площадь треугольника, отсекаемого от данной трапеции касательной, проведённой из точки с координатами $(-1; -1)$ к линии $y = \sqrt{x} - 1$?

Контрольная работа №6 (2 часа)

Вариант 6

Докажите, что функция $y = \sqrt{x^2 + 4} - \frac{9}{x}$ является первообразной для функции

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} + \frac{9}{x^2}.$$

Для функции $y = \frac{3}{\sin^2 3x} - \cos 2x$ найдите ту первообразную, график которой проходит через заданную $A(-\frac{\pi}{2}; 3)$.

Найдите неопределённый интеграл: а) $\int 5^x \left(1 - \frac{5^{-x}}{x^7}\right) dx$; б) $\int \frac{10x^2 - 9x - \frac{1}{2}}{\sqrt{x}} dx$.

Вычислите определённый интеграл: а) $\int_1^{\frac{3}{16}} \frac{dx}{\sqrt{1-4x}}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx$.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = |1 - x^2|$, $y = 5 - |x|$.

При каких отрицательных значениях параметра a выполняется неравенство

$$\int_a^0 \left(4^{-2x} - \frac{5}{2} \cdot 4^{-x}\right) dx \geq 0?$$

Дана криволинейная трапеция, ограниченная линиями $y = x^3 + 1$, $y - 1 = 0$, $x - 2 = 0$. Какую часть площади трапеции составляет площадь треугольника, отсекаемого от данной трапеции касательной, проведённой из точки с координатами $(0; -1)$ к линии $y = x^3 + 1$?

Контрольная работа №7 (2 часа)

Вариант 1

Решите уравнение: а) $\frac{1}{x(x-2)} + \frac{2}{(x-1)^2} = 2$;

б) $2 \sin x \cos x + \sqrt{3} - 2 \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$;

в) $0,5^{|2x-1|-3} = 2^x$.

Решите неравенство: а) $\frac{\log_{0,2} \log_5 25}{\log_3(-5x+6)} > 0$; б) $|2x+1| \geq 2,5x+1,5$.

Решите уравнение $\log_3(x+25) = 2^{58-x}$.

Решите уравнение $|\sin x| = \sin x + 2 \cos x$.

Внутри равнобедренного прямоугольного треугольника случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине прямого угла, чем к вершинам острых углов треугольника?

Решите уравнение: $\sin\left(-\frac{\pi x}{6}\right) = \log_3(x^2 + 6x + 12)$.

Контрольная работа №7 (2 часа)

Вариант 2

Решите уравнение: а) $\frac{1}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+1)^2} = 2$;

б) $\sin 2x - 2 \sin^2 x = 4 \sin x - 4 \cos x$;

в) $3^{|3x+4|} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-5+2x}$.

Решите неравенство: а) $\frac{\log_5(2x-3)}{\log_{\frac{1}{3}} \log_3 9} > 0$; б) $1,5x+1 \leq |x-1|$.

Решите уравнение $\log_2(x+12) = 3^{502-x}$.

Решите уравнение $|\cos x| = \cos x - 2 \sin x$.

Внутри квадрата случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена внутри вписанного в него круга?

Решите уравнение: $\cos 4\pi x = \log_2(2x^2 - 2x + \frac{5}{2})$.

Контрольная работа №7 (2 часа)

Вариант 3

Решите уравнение: а) $\frac{2}{x(x+3)} + \frac{3}{(x+1)(x+2)} = 1$;

б) $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2 \cos^2 x$;

в) $25^{\frac{|3x-1|}{2}} = 5^{5^{\log_{0,2}\left(\frac{1}{2-x}\right)}}$.

Решите неравенство: а) $\frac{\lg(x^2-3)}{|x-2|} \leq 0$; б) $\frac{2,5}{|x+2|+3} < 2,5 - |x+1|$.

в) $x^{\log_{0,1}(10x)} > 100^{3 \log_{0,1} x + 2}$.

Решите уравнение $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) + \frac{7}{x+1} = \log_3(x-3) - \frac{6}{x}$.

Решите уравнение $\cos x - \frac{|2 \sin x - 1|}{2 \sin x - 1} \cdot \cos^2 x = \cos^2 x$.

Внутри прямоугольного треугольника с отношением катетов, равным 3:4, и гипотенузой 70 см случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к меньшему катету, чем к большему?

Решите уравнение: $2^{1-x^2} + 2^{x^2-1} = 2 \sin \frac{\pi x}{2}$.

Решите неравенство $\sin \pi x \geq \log_4(4x^2 - 4x + 5)$.

Контрольная работа №7 (2 часа)

Вариант 4

Решите уравнение: а) $\frac{8}{(x+1)(x+3)} - \frac{1}{x(x+4)} = 1$;

б) $\sin x + \cos 2x = 1 + \sin x \cos 2x$;

в) $121^{\frac{|7x+1|}{2}} = 11^{11^{\log_1\left(\frac{1}{-3x+5}\right)}}$.

Решите неравенство: а) $\frac{\lg(x^2 - 15)}{|x+4|} \leq 0$; б) $\frac{1}{|3x+1|+1} > 1 - \frac{|3x+1|}{2}$.

в) $x^{2^{\frac{1}{2} \log_{0,5} x-3}} < 2^{\frac{5}{2} \log_{0,5} x-3}$.

Решите уравнение $\log_2(x-3) - \frac{8}{x+1} = \log_{\frac{1}{3}}(x-4) + \frac{14}{x}$.

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin x - \frac{|2 \cos x + 1|}{2 \cos x + 1} \cdot \sin^2 x = \sin^2 x$.

Внутри параллелограмма $ABCD$ с острым углом A , равным 60° , случайным образом выбрана точка. Какова вероятность того, что она расположена ближе к вершине A , чем к вершинам B и D , если диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении $1:3$?

Решите уравнение: $3^{1-x^2} + 3^{x^2-1} = 2 \cos 2\pi x$.

Решите неравенство $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \log_2(5 + 3 \cos 4x)$.

Контрольная работа №7 (2 часа)

Вариант 5

Решите уравнение: а) $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$;

б) $\sin x \sin 2x \sin 3x = 0,25 \sin 4x$;

в) $32^{\frac{|x^2-x|}{5}} = 2^{2^{\frac{\log_1\left(\frac{1}{2x}\right)}{2}}}$.

Решите неравенство: а) $\frac{\lg(x^2 - 8)}{|x-3|} \leq 0$; б) $6 + |x-6|(2x+3) > x^2 - 5x$.

Решите уравнение $5^x + 12^x = 13^x$.

Решите уравнение $\frac{|\sqrt{3} - 2 \cos 2x|}{\sqrt{3} - 2 \cos 2x} \cdot \sin x = 4 \sin^2 x \cos x$.

На координатной плоскости xOy случайным образом выбрана точка $M(x;y)$, где $0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 3$, так, что отрезок OM является диагональю прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что площадь этого прямоугольника больше 9?

Решите уравнение: $\log_3(1 + \sqrt{x}) = \log_8 x$.

Решите неравенство $(14x - 48 - x^2) \log_6 \left(1 + 5 \sin^2 \frac{\pi x}{2} \right) \geq 1$.

Контрольная работа №7 (2 часа)

Вариант 6

Решите уравнение: а) $x^2 + \frac{x^2}{(x-1)^2} = 8$;

б) $\cos x \cos 2x \cos 3x = 0,25 \cos 2x$;

в) $27^{\frac{|x^2+x|}{3}} = 3^{\frac{\log_1 \left(\frac{1}{3x} \right)}{3}}$.

Решите неравенство: а) $\frac{\lg(x^2 - 24)}{|x+5|} \leq 0$; б) $20 + |x-5|(2-3x) > x^2 - x$.

Решите уравнение $8^x + 15^x = 17^x$.

Решите уравнение $\sqrt{2} \sin x + \frac{|1-2 \sin x|}{1-2 \sin x} \cdot \sin 2x = 0$.

На координатной плоскости xOy случайным образом выбрана точка $M(x;y)$, где $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 2$, так, что отрезок OM является диагональю прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат. Какова вероятность того, что площадь этого прямоугольника меньше 4?

Решите уравнение: $\log_4(1 + \sqrt{x}) = \log_{15} x$.

Решите неравенство $(4x + x^2 + 3) \log_{\frac{1}{3}} \left(1 + 2 \cos^2 \frac{\pi x}{2} \right) \geq 1$.

Контрольная работа №8 (2 часа)

Вариант 1

Решите уравнение: а) $\sqrt{x+6} = 0,25x + 0,25$; б) $(5^{x^2+x} - 1)\sqrt{4x+2} = 0$.

Решите неравенство: а) $1 + 6x - \sqrt{7-3x} \geq 0$.

Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy = 5. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 3\sqrt{xy}, \\ x + y - 5 = 0. \end{cases}$

Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} x + y \leq 5, \\ x - y + 5 \geq 0, \\ y + 1 \geq 0. \end{cases}$

Докажите, что для любых неотрицательных чисел a и b выполняется неравенство $(a+b)(a+2)(b+2) \geq 16ab$.

Решите уравнение в целых числах $5x + 3y = 11$.

Три данных числа образуют арифметическую прогрессию. Если третий член прогрессии уменьшить на 3, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Если второй член этой геометрической прогрессии уменьшить на $\frac{4}{3}$, то полученные три числа вновь составят геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.

Контрольная работа №8 (2 часа)

Вариант 2

Решите уравнение: а) $\sqrt{x+5} = 0,5x + 1$; б) $(11^{x^2-x} - 1)\sqrt{6x-3} = 0$.

Решите неравенство: а) $x + 0,25\sqrt{7 + 2x} \geq 0,25$.

Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = \sqrt{xy}, \\ x + y = 5. \end{cases}$

Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} x + y - 7 \leq 0, \\ x - y + 7 \geq 0, \\ y - 1 \geq 0. \end{cases}$

Докажите, что для любых неотрицательных чисел a, b и c выполняется неравенство $(a + 1)(b + 1)(a + c)(b + c) \geq 16abc$.

Решите уравнение в целых числах $5x - 12y = 8$.

Три данных числа образуют геометрическую прогрессию. Если второй член прогрессии увеличить на 2, то полученные числа составят арифметическую прогрессию. Если третий член новой прогрессии увеличить на 9, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите данные числа.

Контрольная работа №8 (2 часа)

Вариант 3

Решите уравнение: а) $\sqrt{1-x} + 1 = \sqrt{4-x}$; б) $(17^{x^2+2x} - 1)\sqrt{4x+6} = 0$.

Решите неравенство: а) $x^2 + 1,5x\sqrt{4-x} - 1,5x \geq 0$.

Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x^3 + y^3 = 25(x + y). \end{cases}$ б) $\begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{y}-2\sqrt{x}} = 81, \\ \lg \sqrt{xy} - \lg 3 = 1. \end{cases}$

Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} y \geq 0,5x, \\ x + 0,5y \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0. \end{cases}$

Одна из трёх бочек наполнена водой, а остальные – пустые. Если вторую бочку наполнить водой из первой бочки, то в первой останется $\frac{1}{4}$ воды. Если затем наполнить третью бочку

из второй, то во второй останется $\frac{2}{9}$ количества содержавшейся в ней воды. Если из

третьей бочки вылить воду в пустую первую, то для её наполнения потребуется ещё 50 литров. Определите вместимость каждой бочки.

Решите уравнение в целых числах $12x + 5y = 4$.

Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ac}}.$$

Контрольная работа №8 (2 часа)

Вариант 4

Решите уравнение: а) $\sqrt{x - \frac{3}{4}} = 7,5 - \sqrt{x + 18}$; б) $(13^{x^2-2x} - 1)\sqrt{4x-6} = 0$.

Решите неравенство: а) $x^2 + \frac{1}{3}x\sqrt{3x+10} \geq \frac{2}{3}x$.

Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 36, \\ x^3 - y^3 = 36(x - y). \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5^{2\sqrt{x}-\sqrt{y}} = 625, \\ \log_3 \sqrt{xy} = 1 + \log_3 10. \end{cases}$

Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} \frac{1}{3}y + x \geq 0, \\ \frac{1}{3}x \leq y, \\ x + y - 6 \leq 0. \end{cases}$

Вместимость трёх бочек для воды составляет 1440 литров. Две из них наполнены, третья – пустая. Чтобы наполнить пустую бочку, понадобится всё содержимое первой бочки и $\frac{1}{5}$

содержимого второй бочки или же всё содержимое второй бочки и $\frac{1}{3}$ содержимого первой

бочки. Определите вместимость каждой бочки.

Решите уравнение в целых числах $3x - 5y = 200$.

Докажите, что для любых неотрицательных чисел a, b, c выполняется неравенство $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} \leq a + b + c$.

Контрольная работа №8 (2 часа)

Вариант 5

Решите уравнение: а) $(19^{x^2+x} - 1)\sqrt{\frac{1}{2}x + 0,25} = 0$; б) $\sqrt{|4x - 28|} = 2x - 2$.

Решите неравенство: а) $x^2 - 0,5x\sqrt{1-2x} + 2,5x \geq 0$.

Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} xy(x+y) = 8, \\ x^3 + y^3 = 40. \end{cases}$ б) $\begin{cases} y^{\sqrt{x}} = 16, \\ \sqrt{x} = 2 + 2\log_2 y. \end{cases}$

Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} 4 + x \geq y, \\ x \leq 0,25y, \\ 0,25x + y \geq 0. \end{cases}$

Три числа, сумма которых равна 78, образуют геометрическую прогрессию.

Одновременно эти же числа являются соответственно первым, третьим и девятым членами арифметической прогрессии. Найдите эти числа.

Решите уравнение в целых числах $12x - 17y = 4$.

Докажите, что если $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, то выполняется неравенство $\left(1 + \frac{1}{\sin x}\right)\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) > 5$.

Контрольная работа №8 (2 часа)

Вариант 6

Решите уравнение: а) $(23^{x^2-2x} - 1)\sqrt{0,5x - \frac{3}{4}} = 0$; б) $\sqrt{|4x - 32|} = 2x - 4$.

Решите неравенство: а) $x^2 - 1,25x + 0,75x\sqrt{5-2x} \geq 0$.

Решите систему уравнений: а) $\begin{cases} xy(x-y) = 15, \\ x^3 - y^3 = 170. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^{\sqrt{y}} = 729, \\ \sqrt{y} - 3\log_3 x = 3. \end{cases}$

Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств
$$\begin{cases} y \leq 7 - x, \\ x + 0,2y \geq 0, \\ y \geq \frac{1}{5}x. \end{cases}$$

Три положительных числа, сумма которых равна 15, образуют арифметическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 1, 4 и 19, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

Решите уравнение в целых числах $27x + 13y = 2$.

Докажите, что если $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, то выполняется неравенство $\cos x + x \sin x > 1$.